

Quale matematica nella scuola del primo ciclo?

**Progetto EM.MA
Emilia Romagna**

Reggio Emilia, 5 febbraio 2009



Quanto tempo si dedica alla matematica nel primo ciclo?

**Circa 1200 ore di lezione
in otto anni!**

Perché?

Quali sono gli obiettivi di tanto lavoro?

Cosa ci si aspetta dall'educazione matematica?

I “*luoghi comuni*”

- *La matematica serve per risolvere problemi d'ordine pratico*
- *La matematica serve per comprendere la scienza e la tecnica moderne*
- *La matematica insegna a ragionare*
- *La matematica insegna un linguaggio rigoroso*
- ...

la matematica serve per risolvere problemi d'ordine pratico

- fare la spesa
- tenere un bilancio
- calcolare aree e misure in situazioni concrete
- leggere cartine
- calcolare, stimare grandezze
- leggere grafici
- interpretare percentuali
- ...

**la matematica come
strumento**

***la matematica serve per comprendere
la scienza e la tecnica moderne***

- comprendere gli strumenti tecnologici che si usano oggi
- comprendere importanti risultati scientifici ottenuti attraverso strumenti matematici e descritti attraverso id

la matematica
come **modello**

la matematica insegna a ragionare, la matematica insegna un linguaggio rigoroso

- *concatenare le affermazioni*
- *elencare e classificare i casi possibili*
- *dare e utilizzare correttamente definizioni*
- *formulare ipotesi e congetture*
- *verificare le proprie ipotesi con esempi e controesempi*
- *utilizzare le ipotesi per giustificare le proprie affermazioni*
- *generalizzare i propri risultati*
- *capire quali elementi di un problema sono essenziali per la soluzione*
- *trasferire un risultato ottenuto in una situazione*
- *...*

**la matematica
come prodotto
culturale**

Le scelte che portano alla formazione di un curriculum dipendono da:

- Una particolare idea di *ragazzo/a*
- Una particolare idea di *cittadino*
- Una particolare idea di *scuola*
- Una particolare idea di *famiglia*
- Una particolare idea di *società*
-

Tutto questo si traduce in scelte:

- *scelte in ordine alla matematica*

Insiemistica a partire dagli anni '70 come risposta alle teorie matematiche correnti (strutturalismo e bourbakismo)

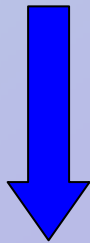
- *scelte determinate dalle necessità della società*

Statistica e probabilità come studio della variazione e dell'incertezza dei fenomeni fisici (previsioni del tempo) sociali (crolli del mercato azionario), ecc

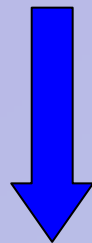
- scelte legate ad aspetti cognitivi

Geometria del piano o dello spazio?
Dai programmi del 79 per la scuola media si consiglia di introdurre la geometria a partire dallo spazio come prima rappresentazione del mondo fisico

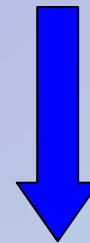
Quale idea di matematica?



**INDICAZIONI
NAZIONALI
2007**



**CURRICOLI
UMI
2001**



**RILEVAZIONI
INTERNAZIONALI
PISA - TIMSS**

Indicazioni nazionali per il primo ciclo



La matematica ha uno specifico ruolo nello sviluppo della capacità generale di operare e comunicare significati con linguaggi formalizzati e di utilizzare tali linguaggi e rappresentazioni per costruire modelli di relazioni tra fenomeni.

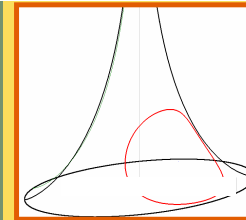
**funzione
strumentale**

**funzione
culturale**

In particolare, la matematica dà strumenti per la comprensione del mondo e per affrontare problemi della vita quotidiana. Inoltre contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni altrui.



EMergenza MAtematica



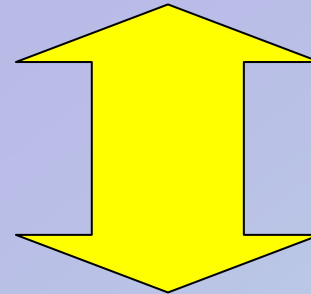
La matematica
per il cittadino

Curricoli UMI-CIIM 2001

La formazione del curriculum scolastico non può prescindere dal considerare sia la **funzione strumentale**, sia la **funzione culturale** della matematica: strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà da un lato, e dall'altro un sapere logicamente coerente e sistematico, caratterizzato da una forte unità culturale. Entrambi gli aspetti sono essenziali per una formazione equilibrata degli studenti

**funzione
strumentale**

La matematica come **strumento**
per leggere, descrivere e
interpretare la realtà



**funzione
culturale**

La matematica come **prodotto
culturale**, organizzato in teorie



Il progetto **OCSE-PISA** ha fatto una scelta diversa, lo scopo del progetto è quello di **misurare le competenze dei 15enni** scolarizzati dei paese partecipanti indipendentemente dai curricula dei diversi paesi

OBIETTIVI DI PISA

- ❖ mettere a punto indicatori relativi agli apprendimenti degli studenti **15enni**, comparabili a livello internazionale
(*COMPARAZIONE INTERNAZIONALE*)
- ❖ ottenere informazioni sull'insieme dei **fattori che influiscono** sulle prestazioni dei quindicenni, per individuare le caratteristiche dei sistemi scolastici più efficaci
(*INDICATORI DI QUALITÀ DEI SISTEMI SCOLASTICI*)
- ❖ fornire informazioni sui risultati dei sistemi di istruzione in modo regolare
(*TREND*)



Quale il punto di focalizzazione di PISA?

NON

la padronanza dei contenuti curricolari

MA

la **capacità di utilizzare**

conoscenze e abilità apprese a scuola in
problemi e compiti che si incontrano
nella vita quotidiana

*(cosa fanno fare gli studenti con
quanto hanno imparato)*

EMergenza MAtematica



La *Mathematical Literacy* in PISA è stata definita come:

- "la capacità di un individuo di identificare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel mondo reale, di esercitare scelte fondate e di utilizzare la matematica per frontontarsi con essa in modi che rispondono alle esigenze della vita di quell'individuo. Il cittadino che esercita un ruolo costruttivo, impegnato e basato sulla riflessione."

**funzione
strumentale**

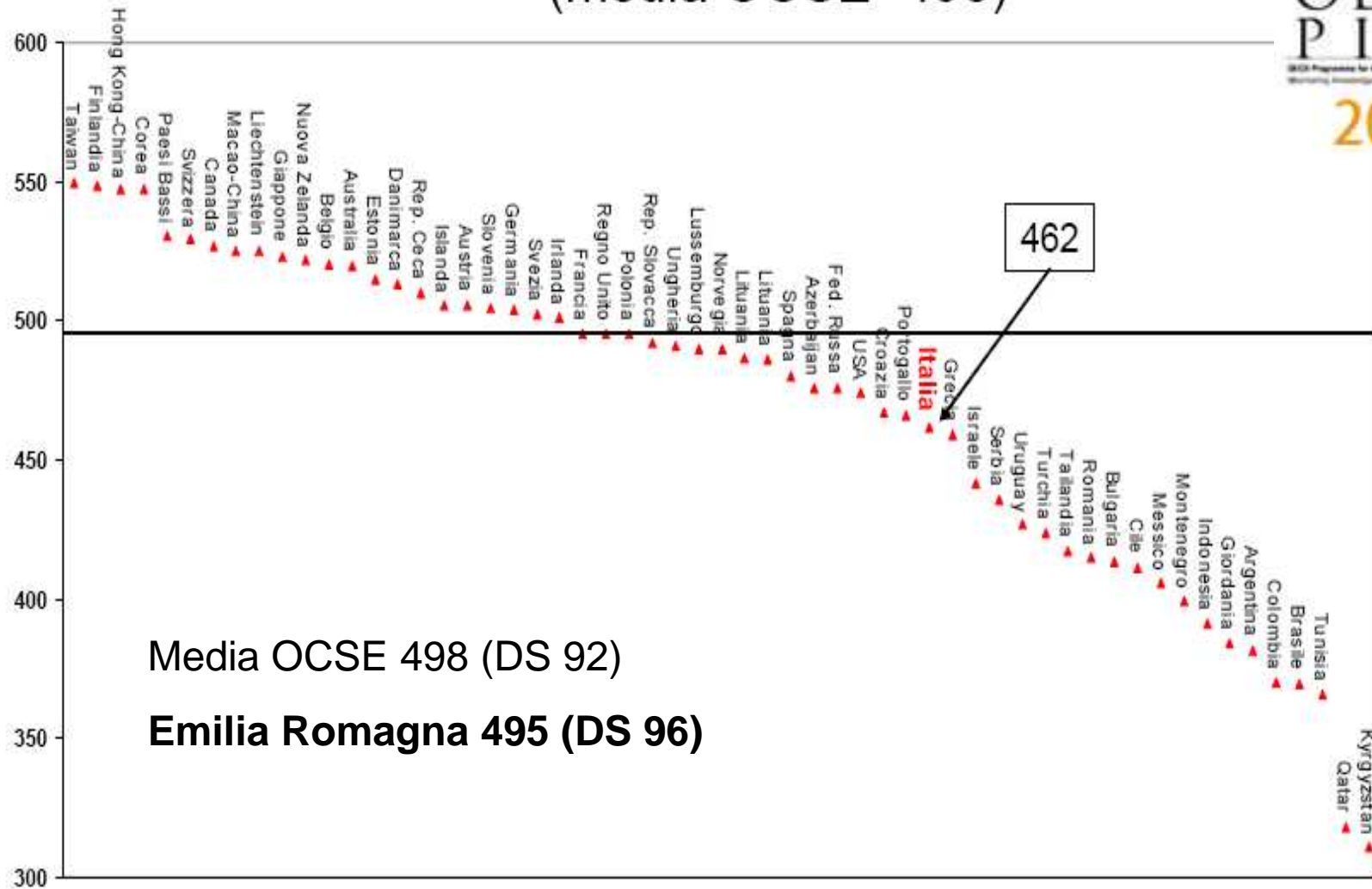


I risultati OCSE-PISA

- I quindicenni italiani hanno ottenuto nel 2006 un punteggio medio pari a **462** contro una media OCSE di **498**
- I quindicenni dell'Emilia Romagna hanno ottenuto un punteggio medio di **495**
- Si collocano **sotto il livello 2** (considerato come SUFFICIENZA) il 32,8% degli studenti italiani (media OCSE 21,3%) e il 22,7% degli studenti dell'Emilia Romagna

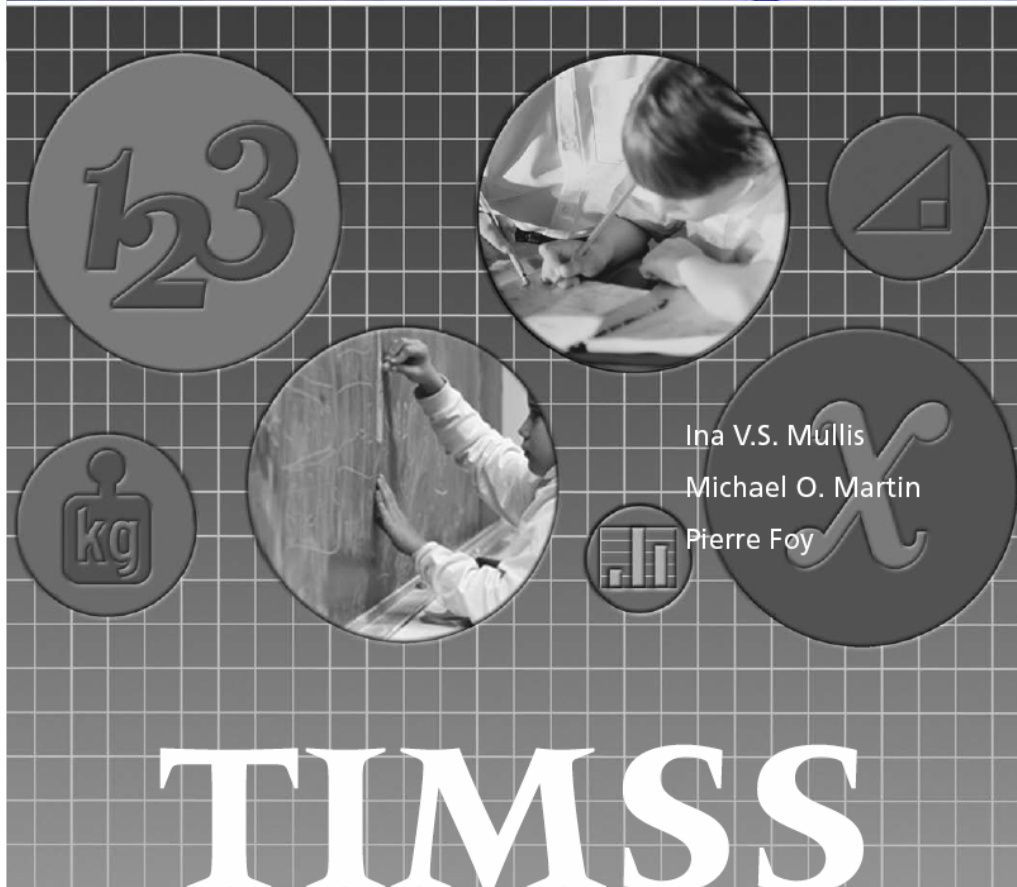
I risultati in matematica

(media OCSE=498)



Media OCSE 498 (DS 92)

Emilia Romagna 495 (DS 96)



Ina V.S. Müllis
Michael O. Martin
Pierre Foy

TIMSS

**IEA's TIMSS 2003 International Report
on Achievement in the
Mathematics Cognitive Domains**

Findings from a Developmental Project



International Association
for the Evaluation of
Educational Achievement

TIMSS & PIRLS International Study
Lynch School of Education, Boston College

Indagine TIMSS
per Scienze e
Matematica

www.invalsi.it

*TIMSS: Trends in
International
Mathematics and
Science Study*

Le indagini IEA per Scienze e Matematica: TIMSS

- si è svolto nel 1995, 1999, 2003, 2007
- è rivolto ad alunni di 4^a elementare e 3^a media
→ **4° e 8° anno di scolarità**
- permette di analizzare i **trends** in matematica e in scienze in più di 50 nazioni
- **è più simile alle nostre prove INVALSI** in quanto il “bersaglio” della ricerca è una determinata classe e non l’età degli studenti come per PISA

IEA International Association for the Evaluation of Educational Achievement (Associazione internazionale indipendente)

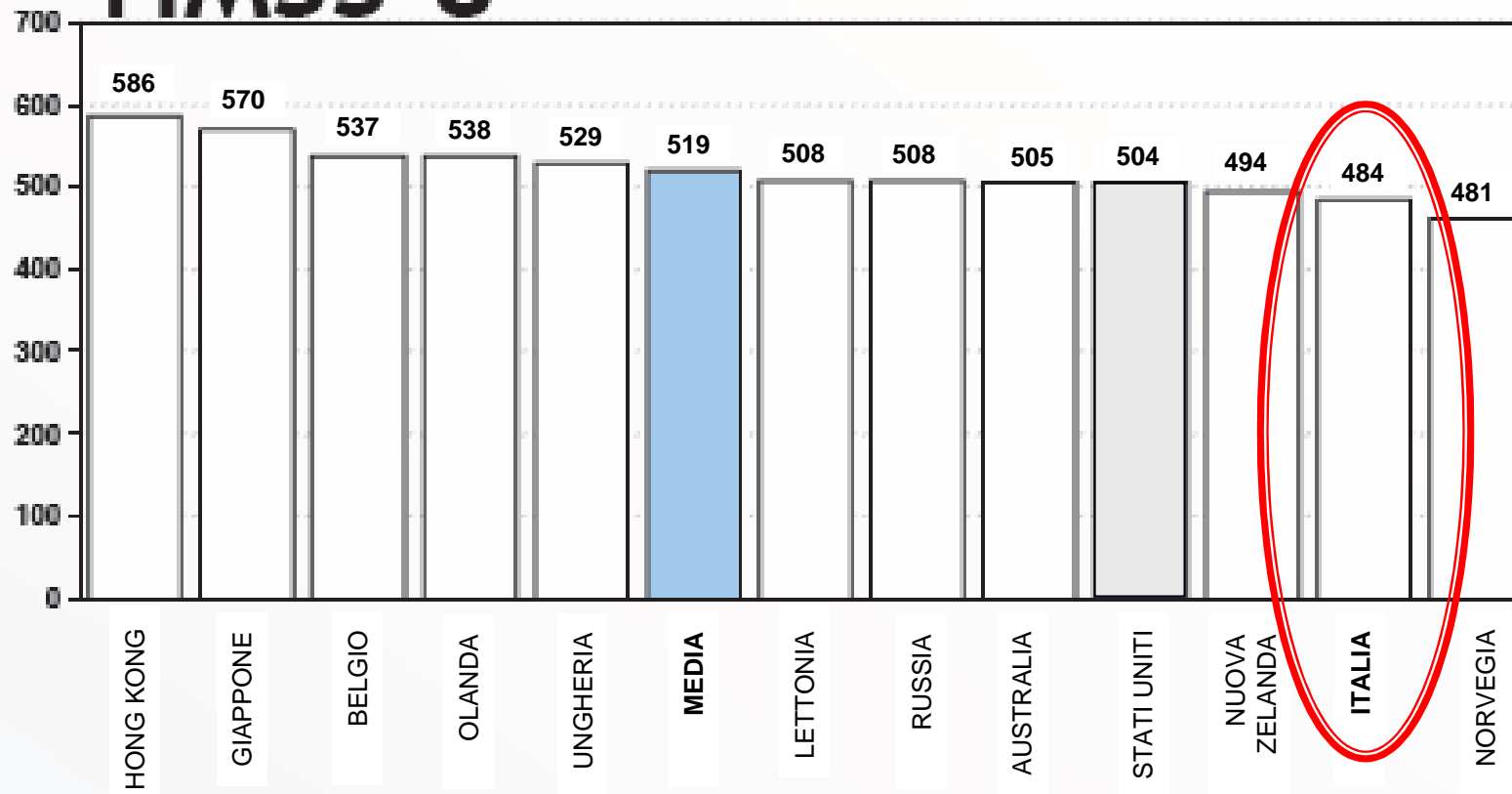
Cosa intende misurare il TIMSS

- Punto di partenza è **l'analisi dei curricoli** delle nazioni partecipanti
- Su questa base, vengono definite le **conoscenze** e le **competenze** che verranno valutate
- Attraverso l'analisi dei risultati vengono definiti **4 livelli di competenza**: avanzato, alto, intermedio, basso.
- Il **test**, rivolto agli studenti della stessa classe, contiene domande con risposte a scelta multipla, domande aperte e risoluzione di problemi
- Attenzione ai **contesti educativi** in cui si sviluppa l'apprendimento (questionario studente, questionario insegnante e questionario scuola)

TIMSS 2003: Classe 8 (III° media) Matematica

Confronto fra i 12 paesi più industrializzati

TIMSS-8



Media internazionale 467 – Italia 22°posto

Tavola 2 - Distribuzione dei livelli di apprendimento in Matematica - 8° anno di scolarità

| Stato | | Punteggio | Anni di scolarizzazione | Età media |
|---------------------|---|------------------|-------------------------|-------------|
| Cina Taipei | ▲ | 598 (4,5) | 8 | 14,2 |
| Repubblica di Corea | ▲ | 597 (2,7) | 8 | 14,3 |
| Singapore | ▲ | 593 (3,8) | 8 | 14,4 |
| Hong Kong SAR | ▲ | 572 (5,8) | 8 | 14,4 |
| Giappone | ▲ | 570 (2,4) | 8 | 14,5 |
| Ungheria | ▲ | 517 (3,5) | 8 | 14,6 |
| Inghilterra | ▲ | 513 (4,8) | 9 | 14,2 |
| Federazione Russa | ▲ | 512 (4,1) | 7 o 8 | 14,6 |
| Stati Uniti | ▲ | 508 (2,8) | 8 | 14,3 |
| Lituania | ▲ | 506 (2,3) | 8 | 14,9 |
| Repubblica Ceca | ● | 504 (2,4) | 8 | 14,4 |
| Slovenia | ● | 501 (2,1) | 7 o 8 | 13,8 |
| Media TIMSS | | 500 | | |
| Armenia | ● | 499 (3,5) | 8 | 14,9 |
| Australia | ● | 496 (3,9) | 8 | 13,9 |
| Svezia | ▼ | 491 (2,3) | 8 | 14,8 |
| Malta | ▼ | 488 (1,2) | 9 | 14 |
| Scozia | ▼ | 487 (3,7) | 9 | 13,7 |
| Serbia | ▼ | 486 (3,3) | 8 | 14,9 |
| Italia | ▼ | 480 (3,0) | 8 | 13,9 |
| Malesia | ▼ | 474 (5,0) | 8 | 14,3 |
| Norvegia | ▼ | 469 (2,0) | 8 | 13,8 |
| Cipro | ▼ | 465 (1,6) | 8 | 13,8 |

... seguono 27 paesi

Distribuzione dei livelli di apprendimento in Matematica – 4° anno di scolarità



TIMSS 2003

| Stato | Punteggio | Età media |
|-----------------------------|------------------|-------------|
| Singapore | ▲ 594 (5,6) | 10,3 |
| Hong Kong, SAR | ▲ 575 (3,2) | 10,2 |
| Giappone | ▲ 565 (1,6) | 10,4 |
| Cina Taipei | ▲ 564 (1,8) | 10,2 |
| Belgio (fiammingo) | ▲ 551 (1,8) | 10,0 |
| Olanda | ▲ 540 (2,1) | 10,2 |
| Lettonia | ▲ 536 (2,8) | 11,1 |
| Lituania | ▲ 534 (2,8) | 10,9 |
| Federazione Russa | ▲ 532 (4,7) | 10,6 |
| Inghilterra | ▲ 531 (3,7) | 10,3 |
| Ungheria | ▲ 529 (3,1) | 10,5 |
| Stati Uniti | ▲ 518 (2,4) | 10,2 |
| Cipro | ▲ 510 (2,4) | 9,9 |
| Repubblica Moldava | ● 504 (4,9) | 11,0 |
| Italia ← | ▲ 503 (3,7) | 9,8 |
| Australia | ● 499 (3,9) | 9,9 |
| Media internazionale | 495 (0,8) | 10,3 |
| Nuova Zelanda | ● 493 (2,2) | 10,0 |
| Scozia | ● 490 (3,3) | 9,7 |
| Slovenia | ▼ 479 (2,6) | 9,8 |
| Armenia | ▼ 456 (3,5) | 10,9 |
| Norvegia | ▼ 451 (2,3) | 9,8 |
| Iran | ▼ 389 (4,2) | 10,4 |
| Filippine | ▼ 358 (7,9) | 10,8 |
| Marocco | ▼ 347 (5,1) | 11,0 |
| Tunisia | ▼ 339 (4,7) | 10,4 |

15ª posizione su 25

TIMSS 2007

| Stato | Punteggio | Età media |
|---------------------|-------------|-----------|
| Hong Kong, SAR | ▲ 607 (3,6) | 10,2 |
| Singapore | ▲ 599 (3,7) | 10,4 |
| Cina Taipei | ▲ 576 (1,7) | 10,2 |
| Giappone | ▲ 568 (2,1) | 10,5 |
| Kazakistan | ▲ 549 (7,1) | 10,6 |
| Federazione Russa | ▲ 544 (4,9) | 10,8 |
| Inghilterra | ▲ 541 (2,9) | 10,2 |
| Lettonia | ▲ 537 (2,3) | 11,0 |
| Paesi Bassi | ▲ 535 (2,1) | 10,2 |
| Lituania | ▲ 530 (2,4) | 10,8 |
| Stati Uniti | ▲ 529 (2,4) | 10,3 |
| Germania | ▲ 525 (2,3) | 10,4 |
| Danimarca | ▲ 523 (2,4) | 11,0 |
| Australia | ▲ 516 (3,5) | 9,9 |
| Ungheria | ▲ 510 (3,5) | 10,7 |
| Italia ← | ▲ 507 (3,1) | 9,8 |
| Austria | ▲ 505 (2,0) | 10,3 |
| Svezia | ● 503 (2,5) | 10,8 |
| Slovenia | ● 502 (1,8) | 9,8 |
| Media TIMSS | 500 | |
| Armenia | ● 500 (4,3) | 10,6 |
| Repubblica Slovacca | ● 496 (4,5) | 10,4 |
| Scozia | ▼ 494 (2,2) | 9,8 |
| Nuova Zelanda | ▼ 492 (2,3) | 10,0 |
| Repubblica Ceca | ▼ 486 (2,8) | 10,3 |
| Norvegia | ▼ 473 (2,5) | 9,8 |

... seguono 11 paesi - 16ª posizione su 36

Alcune considerazioni

- Le indagini internazionali non ci vedono “brillare”
- Le ricerche internazionali sui sistemi scolastici che hanno i migliori risultati indicano che due sono i fattori principali del successo:
 - la qualità degli **insegnanti**
 - la capacità di assicurare ad ogni bambino di aver accesso ad un **sistema di istruzione eccellente**

- Tutti pongono una forte attenzione sulla **numeracy** e sulla **literacy** (competenze di base in matematica e italiano) in quanto la ricerca dimostra che queste prime abilità nelle competenze di base sono fortemente correlate con diversi risultati futuri.

Uno studio longitudinale condotto in Inghilterra ha dimostrato che i punteggi ottenuti ai test di numeracy e di literacy all'età di 7 anni erano determinanti per il reddito a 37 anni (anche dopo aver tenuto conto del background socio economico).

COMPETENZE SVILUPPATE A SCUOLA



COMPETENZE PER LA VITA FUTURA

Una riflessione

- I programmi sono “tutto sommato” ragionevoli da trent’anni:

1979 -1985 – 1991 – 2000 – 2001 – 2004 - 2007

Se non si impara la matematica
dov’è il problema?
E’ forse nella pratica didattica?



Le indicazioni curriculari

- ci dicono quale **idea di matematica** è sottesa ai traguardi di sviluppo delle competenze (strumentale e culturale)
- hanno una **forte unitarietà** per il primo ciclo: l'idea di matematica è la stessa per la scuola primaria e per la secondaria di I° grado
- sono fortemente intrecciati
 - I **contenuti** disciplinari
 - Le **situazioni e i contesti** in cui i contenuti sono posti
 - I **processi** che gli allievi devono attivare per collegare la situazione problematica affrontata con i contenuti matematici



Tre parole chiave

(che ci forniscono utili indicazioni sulla prassi didattica)

- 1. **Laboratorio**
- 2. **Risolvere problemi**
- 3. **Riflettere sui propri percorsi di conoscenza**

EMergenza MAtematica



L'idea guida è la **complessità della realtà**

Il **laboratorio** favorisce la comprensione delle relazioni

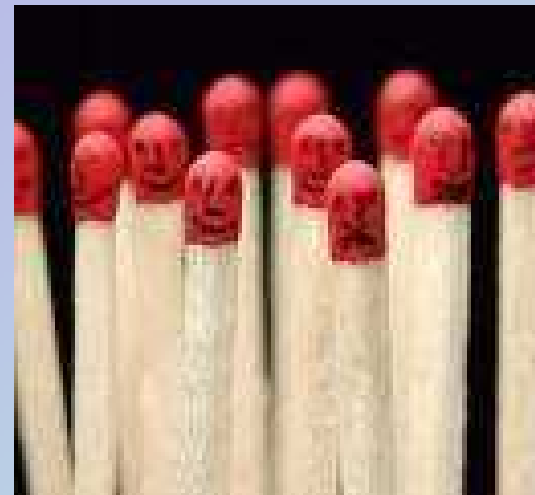
La maturazione delle capacità matematiche dipende molto dallo **sviluppo del linguaggio** verbale in contesti di **modellizzazione** del reale e dalla **comprensione** di fatti della realtà

Gli **elementi teorici** devono seguire e sostenere la soluzione di **problemi**

Un esempio: regolarità e fiammiferi



- **SIGNIFICATIVITA' DELLA SITUAZIONE-PROBLEMA**
- **POSSIBILI SVILUPPI DIDATTICI NELL'OTTICA DELLA CONTINUITA' VERTICALE**



L'esempio è preso dalla prova nazionale di fine primo ciclo del 17 giugno 2008

C12. Alcuni fiammiferi sono disposti come indicato nelle figure.

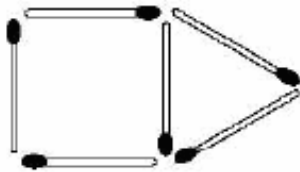


Figura 1

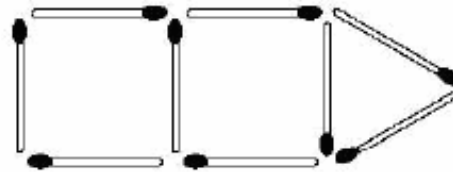


Figura 2

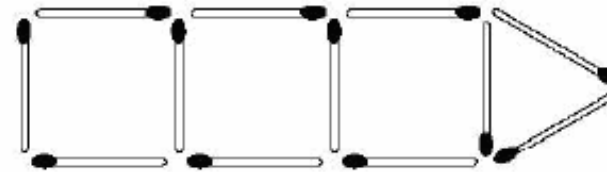


Figura 3

Se si continua la sequenza delle figure, quanti fiammiferi verranno usati per fare la figura 10?

- A. 30
- B. 33
- C. 36
- D. 42

- il quesito fa parte del Nucleo **Relazioni e Funzioni**
- rispetto all'idea di matematica esplicitata nelle Indicazioni possiamo dire che riguarda la **funzione culturale** della matematica (ricerca di regolarità, produzione di ipotesi, ed eventualmente generalizzazione)
- il contesto è quello dei **numeri naturali**

RISULTATI Emilia Romagna

A. 9,4%

B. 71,9%

C. 7,3%

D. 11,1%

Omissioni 0,3%

RISULTATI ITALIA

A. 7,9%

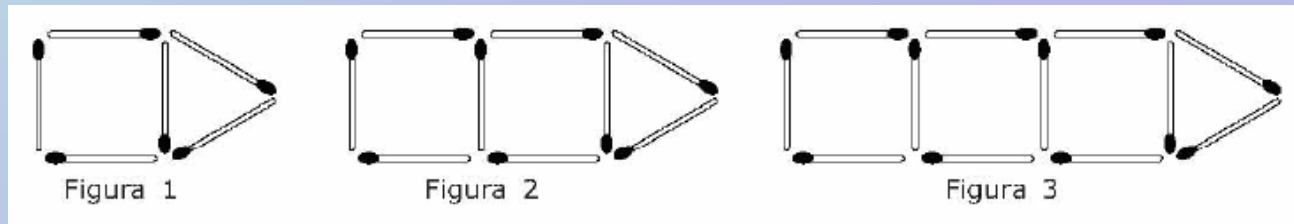
B. 69,3%

C. 7,5%

D. 11,9%

Omissioni 3,4%

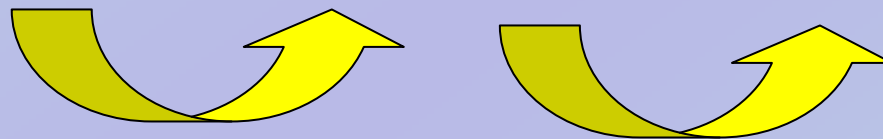
Cosa deve fare uno studente per rispondere correttamente?



6

9

12



+3

- ✓ scoprire la regolarità dopo aver contato i fiammiferi
- ✓ procedere fino alla figura 10

Quali attività prima e dopo questo momento in un'ottica di verticalità?

Alla scuola

✓ individual

✓

✓ score

✓ pr

✓ e?

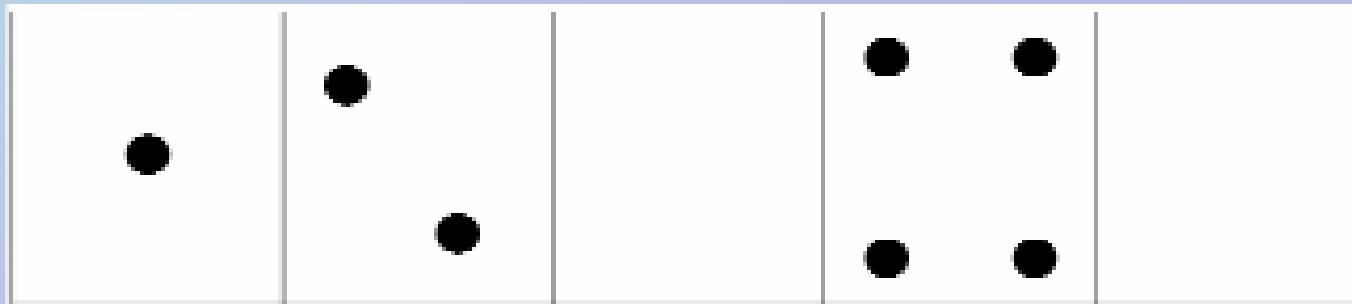
✓ che cosa nei sequenze.

✓ spiega a RICERCA' della regola +3

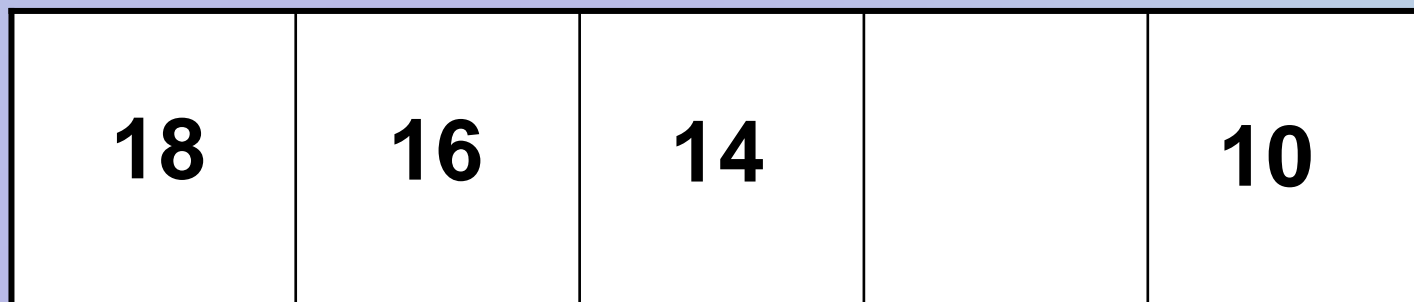
Ricerca di regolarità
Introduzione al concetto
di variabile
Giustificazione di ipotesi

Fin dalle prime classi della primaria

Completa



Completa



Alla scuola secondaria di I grado

✓ spiega il perché della regolarità facendo riferimento alla figura

✓ che cosa

**Introduzione al concetto di
variabile, di formula generale;
idea di congettura e dimostrazione**

figura

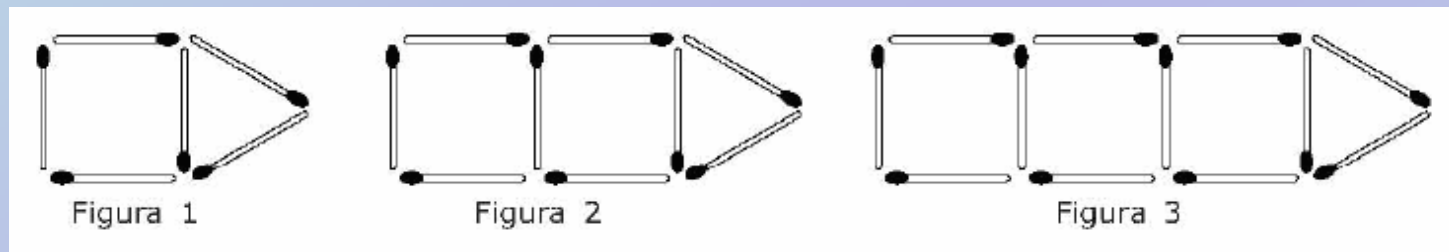
100

descrive

✓

On

Alla scuola media si fa calcolo letterale per facilitare gli studenti nel passaggio alle superiori: questo è un esempio *sensato* di introduzione al calcolo letterale



Due formule diverse per trovare il numero dei fiammiferi. Perché?

n = numero quadrati

F = numero fiammiferi

$$F = 3n + 3$$

n = ennesima figura

F = numero fiammiferi

$$F = 6 + 3(n - 1)$$

Questo esempio porta al seguente traguardo di sviluppo di competenze:

Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico ad una classe di problemi

In conclusione:

Una riflessione sulle indagini internazionali (PISA – TIMSS) e nazionali (quesiti INVALSI), sulla prova scritta di matematica all'esame di terza media in un'ottica di **continuità verticale** può fornirci alcune risposte alle domande iniziali:

- ✓ cosa ci si aspetta dall'educazione matematica?
- ✓ che scelte ha fatto la nostra scuola?
- ✓ che scelte abbiamo fatto noi come insegnanti?
- ✓ il lavoro che facciamo in che direzione va?

E ANCORA...

**La struttura e i contenuti di queste prove
cosa ci possono insegnare?**

**Cosa e quanto imparare dagli ERRORI
dei nostri ragazzi?**

**BUON LAVORO E
GRAZIE!**